

Тема: «Решение однородных тригонометрических уравнений».

Цели урока:

обучающая: научить решать однородные тригонометрические уравнения.

развивающая: научить применять имеющиеся знания в изменённой ситуации; развивать логическое мышление; делать выводы и обобщения.

воспитательная – воспитывать математическую аккуратность, культуру поведения, чувство ответственности.

Оборудование урока: проектор, ноутбук, доска.

Содержание урока

1. Организационный момент.

Учитель: Здравствуйте, садитесь! На прошлом уроке мы решали тригонометрические уравнения. Какие методы мы применяли в решении уравнений? (замена переменных и разложение на множители). *Сегодня на уроке новая тема, но чтобы её огласить, мы должны проверить домашнее задание. К доске пойдут два человека они будут решать два уравнения из домашней работы. (написанные на доске).*

$2\cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) - \sqrt{3} = 0$	$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$
$Отв\text{ет}: x = \pm \frac{\pi}{18} - \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	$Отв\text{ет}: x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z.$

Учитель: А мы с Вами поработаем устно.

Устная работа

$\cos(-\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\arcsin \sqrt{2}/2 = \pi/4$
$\sin \pi/3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\arccos 1 = 0$
$\text{ctg } \pi/6 = \sqrt{3}$	$\arcsin(-1/2) = -\pi/6$
$\text{tg } \pi/4 = 1$	$\arccos(-\sqrt{3}/2) = 5\pi/6$
$\sin(-\pi/6) = -\frac{1}{2}$	$\text{arctg } \sqrt{3} = \pi/3$
$\cos 5\pi/6 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin x = -1 \quad x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in Z$
	$\cos x = 1/2 \quad x = \pm\pi/3 + 2\pi n, n \in Z$
	$\text{tg } x = -1 \quad x = -\pi/4 + \pi n, n \in Z$
	$\sin x = -2 \quad \text{Решений нет}$

2. Подготовка к изучению нового материала

Учитель: У меня на доске имеются карточки на которых записаны уравнения Найдите карточки на которых написаны уравнения которые вы умеете решать и объясните ход решения. (После этого карточка убирается) (простейшее тригонометрическое, замена переменной, разложение на множители)

$$\cos(3x-4) = 1/2$$

$$\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

$$3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$$

$$2\sin x - 3\cos x = 0$$

$$(\operatorname{tg} x - 5)(2\sin x + 1) = 0$$

$$3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

Учитель: Оставшиеся уравнения называются однородные. Откройте тетради и запишите тему урока «Решение однородных тригонометрических уравнений»

Цель урока: познакомиться с однородными уравнениями рассмотреть методику решения этих уравнений и закрепить эти навыки в решении тригонометрических уравнений.

Однородные тригонометрические уравнения

- Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$ называют **однородным тригонометрическим уравнением первой степени**.
- Уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0$ называют **однородным тригонометрическим уравнением второй степени**

Отличительные признаки однородных уравнений:

- все слагаемые имеют одинаковую степень
- свободный член равен нулю

Определите какие уравнения на слайде однородные

Найдите однородные уравнения.

- $\sin x + 2\cos x = 0$
- $\sin 3x = \cos 3x$
- $\sin 2x - 2\sin x - 3 = 0$
- $2\cos 2x + 2\cos x = 0$
- $2\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

Методика решения однородных уравнений

1. разделить обе части уравнения на старшую степень одной из функций, например на $\cos^2 x$ ($\cos x$), рассмотрев два случая;
2. решить полученное квадратное уравнение

$$\sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$$

$\cos x = 0$ $\sin x = 0 \Leftrightarrow$ нет решения т.к. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\cos x \neq 0$ $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{0}{\cos^2 x}$ $\text{tg}^2 x - \text{tg} x - 2 = 0$ замена $\text{tg} x = y$ $y^2 - y - 2 = 0$ $y = -1 \quad y = 2$ $\text{tg} x = -1 \quad \text{tg} x = 2$
---	--

Ответ: $x = -(\pi/4) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $x = \arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\sin x - 3 \cos x = 0$$

$\cos x = 0$ $\sin x = 0 \Leftrightarrow$ нет решения т.к. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\cos x \neq 0$ $\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{3 \cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}$ $\text{tg} x - 3 = 0$ $\text{tg} x = 3$
---	---

Ответ: $x = \arctg 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Целесообразно рассуждать так: Рассмотреть два случая.

Когда косинус x равен 0, и когда косинус x не равен 0. Если косинус $= 0$. То что делать делить на косинус квадрат нельзя, но мы сделаем проверку подставим в исходное уравнение вместо косинуса x 0, тогда синус x равен 0, но данная система не имеет решения т. к. не выполняется основное тригонометрическое тождество.

Рассмотрим 2 случай когда косинус x не равен 0. Тогда мы разделим левую и правую часть уравнения на косинус квадрат x .

Получим новое квадратное тригонометрическое уравнение относительно тангенса. Решая его, мы получим корни.

Аналогично поступают и с однородным уравнением первой степени. Учитель: Уравнения такого вида можно решать делением на старшую степень синуса или косинуса. При этом мы не теряем корней, т.к. мы в уравнение подставим $\cos x = 0$, то получим, что $\sin x = 0$, а это невозможно (косинус и синус не могут одновременно равняться нулю).

Вопрос будет ли уравнение $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$ однородным?

Можно ли его будет сразу решать делением на косинус квадрат x ?

Но его можно привести к однородному. Для этого правую часть уравнения мы умножим на тригонометрическую единицу.

$$3\sin^2x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2x = 2$$

3. Проверка понимания учащимися нового материала.

Учитель: На доске у нас есть однородные уравнения мы должны их решить. Желающие есть?

$$\begin{aligned}2\sin x - 3\cos x &= 0 \\ 3\sin^2x - 4\sin x \cos x + \cos^2x &= 0\end{aligned}$$

4. Итог урока

Вопрос учителя: С каким видом уравнений познакомились?

Ответ: С однородными.

Вопрос учителя: Как решаются эти уравнения?

Ответ: Делением на $\cos x \neq 0$ или $\sin x \neq 0$

Вопрос учителя: Что имеем после деления?

Ответ: Уравнение первой или второй степени, которые мы умеем решать.

5. Домашняя работа

«3» № 168, 169

«4», «5» стр 96 №24

Если время останется то решить уравнения.

$$\sin 3x = \cos 3x$$

$$\sin x = 2\cos x$$

$$\sqrt{3}\sin 3x - \cos 3x = 0$$

$$6\sin 2x - \cos 2x - 5\sin x \cos x = 0$$